STUDI INTERNAZIONALI

DI

FILOSOFIA

editi da

AUGUSTO GUZZO e GIORGIO TONELLI

IV.

Autunno 1972

ESTRATTO



« FILOSOFIA »
26, piazza Statuto
10144, Torino, Italia

Roberto Torretti
(Río Piedras, Puerto Rico)

LA FILOSOFÍA DE LA ARITMÉTICA DE HUSSERL

> « *La aritmética es a juicio de la mayoría de los pensadores una ciencia apriórica; esto significa que ella no empieza con hechos singulares, para elevarse por inducción a generalidades probables, sino que comienza directamente con generalidades ciertas, y aun apodícticamente ciertas, e inmediatamente evidentes, que obtiene por la mera actualización de ciertos ' conceptos fundamentales ', y que, por la vía de la evidencia y certeza mediatas, proporcionan todas las demás proposiciones de la ciencia. ¿Cuáles son entonces, si esto es así, las certezas inmediatamente evidentes, que están en la base de la aritmética, y cuáles los conceptos, de los que proceden?* ».
>
> Edmund Husserl (1)

I.

En 1891, Edmund Husserl publica el tomo primero de una *Filosofía de la Aritmética,* subtitulada « Investigaciones lógicas y psicológicas » (2). Husserl tiene a la sazón 32 años; ha estudiado matemáticas en Berlín, donde llegó a ser ayudante de Weierstrass, y filosofía en Viena, con Franz Brentano; en 1887 se había habilitado en Halle, con Stumpf, presentando un trabajo « Sobre el concepto de número » (3), que es una primera versión de los cuatro capítulos iniciales de la obra de 1891.

En los últimos quince años del siglo XIX, consumada por Weierstrass, Cantor y Dedekind la llamada « aritmetización del análisis », vale decir, la reducción de la matemática de las magnitudes a la matemática de los números naturales, el problema de los fundamentos de esta última recibe una atención creciente. Cuando Husserl publica su libro ya han aparecido las obras clásicas de Frege, *Fundamentos de la aritmética* (1884), y Dedekind, *¿Qué son y qué significan los números?* (1888), así como los influyentes ensayos de Helmholtz, « Contar y medir » (1887) y Kronecker, « Sobre el concepto de número » (1887) (4). También acaba de publicarse en Turín la axiomatización de la aritmética de Peano (1889) (5). El libro de Husserl se distingue de estos trabajos, en cuanto aplica a ese tema, tan importante para los matemáticos entre quienes se ha formado, los

métodos y puntos de vista aprendidos de los filósofos, que frecuenta en la última etapa de sus estudios. Mientras los autores arriba citados procuran obtener una fundamentación de la aritmética por puro análisis y reconstrucción de sus conceptos básicos, Husserl intenta en su libro evidenciar sus raíces en el único suelo en que, según la tradición de la filosofía moderna, podía crecer la verdad: la mente humana.

La *Filosofía de la aritmética* fue comentada favorablemente en las revistas profesionales (6). Pero Gottlob Frege — criticado vigorosamente en el libro de Husserl — le dedica una reseña extensa, penetrante y demoledora (7). Frege concluye: « En la lectura de esta obra he podido medir la extensión de los estragos que ha provocado la irrupción de la psicología en la lógica, y me he propuesto aquí como tarea poner bien de manifiesto el daño. Los errores que he creído que debía mostrar no han de achacarse tanto al autor, como a una muy difundida enfermedad filosófica » (KS, 192).

Husserl no escribió nunca el anunciado segundo tomo de la *Filosofía de la aritmética.* Su próxima publicación importante son las célebres *Investigaciones lógicas,* cuyo tomo primero aparece en 1900. Como es sabido, ese tomo se consagra casi entero a una crítica fulminante de lo que Husserl allí llama el « psicologismo », vale decir, esa « irrupción de la psicología en la lógica » que censuraba Frege (8). En el prólogo del nuevo libro se hace expresa referencia al libro anterior: « Había partido de la convicción dominante, según la cual, así como la lógica en general, también la lógica de las ciencias deductivas debía esperar de la psicología su esclarecimiento filosófico. En conformidad con ello, las investigaciones psicológicas ocupan un espacio muy amplio en el tomo primero (único publicado) de mi Filosofía de la aritmética. Esta fundamentación psicológica no pudo satisfacerme nunca en ciertos respectos. *Cuando se trataba de la cuestión del origen de las representaciones matemáticas o de la elaboración, de hecho psicológicamente determinada, de los métodos prácticos, el resultado del análisis psicológico me parecía claro e instructivo.* Pero en cuanto ocurría un tránsito de la conexión psicológica del pensar a la unidad lógica del contenido pensado... no se lograba establecer una continuidad y claridad adecuadas. Tanto más me inquietaba por ello también la básica duda, acerca de cómo podía conciliarse en general la objetividad de la matemática y de toda ciencia con una fundamentación psicológica de lo lógico. De esta manera empezó a vacilar todo mi método — sostenido por las convicciones de la lógica dominante — de llevar a cabo mediante análisis psicológicos el esclarecimiento lógico de la ciencia dada, y me vi impelido cada vez más a reflexiones críticas generales acerca de la esencia de la lógica y *sobre todo acerca de la relación entre la subjetividad del conocer y la objetividad del contenido del cono-*

cimiento. Como la lógica me dejaba en la estacada cada vez que esperaba de ella aclaraciones concernientes a las cuestiones precisas que le tenía que plantear, fui forzado al fin a dejar enteramente a un lado mis investigaciones filosófico-matemáticas, hasta que lograra alcanzar una claridad segura en las cuestiones fundamentales de la teoría del conocimiento y en la comprensión crítica de la lógica como ciencia » (LU, I, vii; yo subrayo).

Este pasaje y la obra en cuyo prefacio figura han solido entenderse como pública retractación de las tesis de la *Filosofía de la aritmética*, a pesar de que el único tomo publicado de ese libro se ocupa, de hecho, casi exclusivamente con esas cuestiones relativas al origen de las representaciones y a la elaboración de los métodos de la aritmética, que Husserl todavía en 1900 declara que pueden ser objeto de un estudio psicológico claro e instructivo. Por otra parte, es cierto que la obra de 1891 soslaya inexcusablemente el estudio y aun el planteamiento de la relación entre la subjetividad del conocer y la objetividad de su contenido, que Husserl situá más tarde en el centro de sus preocupaciones. Sea de ello lo que fuere, el hecho es que, no obstante la formidable influencia de Husserl sobre la filosofía alemana y no alemana de este siglo, su obra primeriza, condenada al parecer por el autor antes de completarla, cae casi en el olvido: no se la imprime más y rara vez se la cita. Sólo en 1970 ha vuelto a aparecer, acompañada de extensos textos suplementarios, en el tomo XII de la colección de *Husserliana* (véase nota 1). El editor, Lothar Eley, sugiere que ella y los textos que ahora la acompañan son importantes para entender « el peculiar intento de Husserl » para resolver « el conflicto entre la mathesis universalis actualmente infinita y sin sujeto y la matemática efectiva (*effektive*), fundada en actos subjetivos, dotados de contenido... » (PA, xv). Puesto que ese conflicto, desde la aparente bancarrota de las soluciones nominalistas, arde con renovado vigor, no parece inoportuno presentar aquí una breve exposición crítica de las doctrinas de la *Filosofía de la aritmética* de Husserl.

II.

La obra está edificada sobre el distingo entre dos modos como el hombre puede representarse un contenido de conciencia o una noción: la representación auténtica o propia y la representación simbólica o impropia. Husserl dice haber tomado el distingo de Brentano, aunque ha modificado la definición de éste (PA, 193 n.). « Los conceptos y contenidos en general — escribe Husserl en 1890 — pueden sernos dados de dos maneras: primero, de modo *propio*

(*eigentliche*), a saber, como aquello que son; en segundo lugar, de modo *impropio* (*uneigentliche*) o *simbólico*, a saber, por la mediación de *signos*, que a su vez son representados de un modo propio. Así, por ejemplo, toda representación intuitiva en la sensación o fantasía es una representación propia, en tanto en cuanto no sirve como signo de otra; si sirve como signo de otra es, con respecto a ésta, una representación simbólica » (PA, 340). En el texto de la obra reitera y precisa estas ideas: « Si un contenido no nos es dado directamente como aquello que es, sino sólo indirectamente *mediante signos que lo caracterizan unívocamente*, tenemos de él una representación simbólica, en vez de una representación propia » (PA, 193). Husserl ofrece ejemplos: « Tenemos... una representación propia de la apariencia externa de una casa cuando efectivamente la contemplamos; una representación simbólica, cuando alguien nos da la caracterización indirecta: la casa de la esquina tal, de tal y tal calle. ... Una determinada especie de rojo es representada de un modo propio cuando la encontramos como aspecto abstracto de una intuición. Es representada impropiamente mediante la representación simbólica: ese color al que corresponden tantos billones de oscilaciones del éter por segundo » (PA, 193 sq.). Husserl agrega una observación importante: « Señalo además que la representación propia y la representación impropia correspondiente se hallan en la relación de equivalencia lógica. Dos conceptos son lógicamente equivalentes cuando cada objeto de uno de ellos es objeto del otro, y viceversa » (PA, 194).

Planteado así este distingo, parece natural que la primera parte del libro se destine al estudio de las representaciones propias de los conceptos fundamentales de la aritmética; de ellas, en efecto, parecería depender el sentido y alcance de esta disciplina. Eu cuanto ese estudio se ha llevado a cabo resulta evidente, con todo, que nuestra capacidad para formar lo que Husserl considera como representaciones propias de esos conceptos es sumamente limitada y enteramente insuficiente para atender a las necesidades de la ciencia aritmética, según efectivamente se practica. Esta ciencia se vale, según él, casi exclusivamente de representaciones simbólicas. Al estudio de tales representaciones se dedica la segunda parte de la obra.

Una consecuencia inmediata de estas consideraciones es la siguiente: las representaciones simbólicas no sólo sustituyen a las representaciones propias en casos en que éstas son, en principio, posibles, pero resulta más cómodo o económico evitarlas, sino también en casos en que, dados los límites de nuestras aptitudes mentales, no sería posible formarnos una representación propia de un cierto contenido o concepto. La representación simbólica viene a ser, en virtud de esto, un vehículo para trascender las limitaciones de la mente humana, valiéndonos del cual podemos pensar en objetos que no podemos representarnos de un modo propio, « como aquello que

son ». En un texto póstumo de 1890 sobre « La lógica de los signos » Husserl habla de « una segunda clase de representaciones simbólicas » que « no sirven meramente a la comodidad del pensamiento, y no son signos o abreviaturas de las representaciones propias originales, fáciles de reproducir en cualquier momento ». Los símbolos aquí se refieren más bien « a cosas cuya representación propia nos está impedida, sea temporal, sea duraderamente » (PA, 354). Husserl opina, sin embargo, que la existencia de este género de representaciones simbólicas no envuelve principios nuevos, diferentes de los que explican la formación de representaciones simbólicas de conceptos o contenidos que admiten una representación propia o directa. En todo caso, aquellas representaciones simbólicas que han sido derivadas de las correspondientes representaciones propias tienen una prioridad psicológica respecto de las que no han surgido de este modo (PA, 356).

Parecería que la posibilidad y alcance de las representaciones simbólicas de la « segunda clase », esto es, de aquellas no derivadas de una correspondiente representación propia, constituye una cuestión filosófica importante y debatible, que Husserl no debió despachar con tanta ligereza. Con todo, el problema verdaderamente grave que suscitan, en el marco de la *Filosofía de la aritmética*, las relaciones entre representaciones propias y representaciones simbólicas no es éste, sino otro más específico. Aun admitiendo sin más discusión que podemos formar representaciones simbólicas de conceptos y contenidos de los que no tenemos una representación propia y así trascender nuestras limitaciones, cabe cuestionar esta posibilidad en ciertos casos bien determinados, en que la naturaleza misma del contenido o concepto representado envuelve o demanda operaciones mentales que entran en la constitución de su representación propia. ¿Qué sentido puede tener la representación simbólica de un contenido o concepto, si, por un lado, las operaciones que entran en la formación de su representación propia son parte integrante del mismo, y, por otro, es patente que tales operaciones no pueden llevarse a cabo? Veremos que, tal como Husserl concibe las nociones básicas de la aritmética, no puede evitar esta paradoja.

III.

La investigación de las bases conceptuales de la aritmética, que ocupa la primera parte del libro, se conduce orientada por prescripciones metodológicas que anuncian ya las enseñanzas posteriores de Husserl. « La dificultad — escribe — estriba en los fenómenos (*in den Phänomenen*), su correcta descripción, análisis e interpretación; sólo con vistas a ellos puede obtenerse una intelección (*Einsicht*) de

la esencia del concepto de número » (PA, 129; cf. 22, 61, 91, 119). La « referencia a los fenómenos » (PA, 91) se entiende, según la tradición de la filosofía moderna, como una apelación a la evidencia de la « experiencia de la conciencia » (Hegel), que Husserl, en este escrito primerizo, llama todavía « experiencia interna » (PA, 42, 58, 66, 73, 74; « percepción interna » en PA, 63, 150). No hay asomos aún de los distingos que hará más tarde entre varios niveles de esta evidencia. Parece obvio, por el tenor general de su exposición y por la índole de la tarea que se propone, que sus investigaciones en esta obra no conciernen a hechos y relaciones empíricos y contingentes, sino a conexiones esenciales (de esas que, según la doctrina posterior, se tornan accesibles y patentes merced a la « reducción eidética »). Con todo, la ausencia de toda mención expresa de estos distingos se presta para dudas y malentendidos.

La determinación de la representación propia del concepto de *número* presupone, según Husserl, una investigación de los conceptos de *pluralidad* y *unidad*, la cual reposa a su vez en la consideración del concepto de *conjunto* (*Menge* o *Inbegriff*) (9). En efecto, los « fenómenos concretos » de que parte la abstracción que conduce al concepto propio de pluralidad y, por esta vía, a los conceptos de los números, son, según él, « conjuntos de objetos determinados » (PA, 16). La formación de tales conjuntos no está sujeta a ningún género de restricciones en cuanto a la índole de los objetos agrupados en ellos. « Todo objeto de una representación, sea físico o psíquico, abstracto o concreto, sea dado por la sensación o por la fantasía, puede ser unido en un conjunto con cualquier otro y con cuántos se quiera, y de esta suerte también puede ser contado; por ejemplo, ciertos árboles, el sol, la luna, la Tierra y Marte; un sentimiento, un ángel, la luna e Italia, etc. En tales ejemplos podemos siempre hablar de un conjunto, de una pluralidad y de un número determinado. La naturaleza de los contenidos particulares no interesa en modo alguno » (PA, 16) (10). Pero si es así, si la índole peculiar de cada elemento del conjunto es indiferente para la determinación de la noción de conjunto, tiene que entrar, en la representación propia de un conjunto, algo más que sus elementos, algo « que puede ser notado y que está necesariamente presente en todos los casos en que hablamos de un conjunto y de una pluralidad, a saber, el *enlace* de los elementos singulares para formar el todo » (PA, 18). Husserl observa que hay diversas clases de todos, unidos por distintos tipos de enlace. Para designar el enlace característico de los conjuntos elige la expresión « enlace colectivo » (*kollektive Verbindung* - PA, 20).

Después de sentar estas bases para su investigación, Husserl emprende una extensa polémica contra varias doctrinas profesadas en su tiempo acerca de la naturaleza propia de las representaciones

de conjuntos y el origen del concepto de número. La « más plausible y científica de todas » (PA, 48) es, según él, la doctrina de Jevons, Sigwart y Schuppe, según la cual obtenemos el concepto general de pluralidad a partir de un conjunto concreto cualquiera, en virtud de que referimos cada elemento a cada uno de los otros, distinguiéndolo de ellos, pero, abstrayendo totalmente de la constitución peculiar de los elementos concretos dados, consideramos a cada uno simplemente como algo idéntico consigo mismo. « De este modo el concepto de pluralidad surge, en cierto modo, como la *forma vacía de la diversidad* » (PA, 49) (11). Según Husserl, estos autores se equivocan al suponer que las diferencias entre los elementos de una pluralidad tienen que ser notadas *como tales* para que tengamos efectivamente la representación de una pluralidad y no la de una unidad no analizada. Es verdad que si los elementos no fuesen distintos no habría pluralidad; pero no es verdad que cada elemento se torne particular, y sea notado como tal, sólo en virtud de que se capta su diferencia respecto de otros elementos; antes bien, toda representación de una diferencia presupone la conciencia de contenidos notados por sí mismos y, en este sentido, distintos. « Para que surja la representación concreta de un conjunto se requiere solamente que cada contenido incluido en él sea un contenido notado por sí mismo, discernido; pero no hay una necesidad incondicional de atender a las diferencias entre los contenidos, aun cuando esto ocurrirá a menudo » (PA, 57).

Rechazadas las diversas teorías que pretenden reducir la noción de conjunto a la de una u otra relación familiar, concluye Husserl que no queda más remedio que suponer una especie peculiar de relación constitutiva del « enlace colectivo » y base, por ende, de la noción de conjunto. Esta relación especial comparte una característica importante con la relación de diferencia. Toda relación se apoya sobre fundamentos (los entes relacionados) y depende en cierto modo de ellos; cabe reemplazar unos fundamentos por otros diferentes sin alterar la naturaleza de la relación (así, la relación de subordinación puede subsistir entre un párroco y su obispo, o entre un soldado y su capitán, etc.), pero la latitud con que pueden variar los fundamentos está normalmente sujeta a ciertas restricciones (no puede haber subordinación entre una silla y un lápiz o entre la raíz cuadrada de dos y el Trópico de Capricornio). Sólo la relación de diferencia y la relación constitutiva del enlace colectivo se pueden establecer entre dos entes cualesquiera, sin restricción alguna. « En ambos casos la relación no reside inmediatamente en los fenómenos mismos, sino que les es en cierto modo exterior » (PA, 73). Cabe concluir, pues, a juicio de Husserl, que el enlace colectivo no está dado intuitivamente con los contenidos de la representación, sino que « subsiste (*ihren Bestand hat*) únicamente en ciertos actos psí-

quicos que abarcan los contenidos, unificándolos » (PA, 73). Según él, una consideración atenta de los fenómenos enseña que « *un conjunto surge en cuanto un interés unitario y, en y con él, una percatación* (*Bemerken*) *unitaria destacan y abarcan contenidos diferentes* » (PA, 74) (12). La palabra decisiva en este pasaje es *surge*, *entsteht*: si no hay interés y percatación unitarios el conjunto *no surge* y por ende *no existe*. No debe extrañarnos entonces que Husserl escriba más adelante que « el número debe su origen (*Entstehung*) a un cierto proceso psíquico » (PA, 163).

La posición doctrinal que aquí se hace valer es por una parte más general, por otra, más específica que el psicologismo que Husserl criticará en el tomo I de sus *Investigaciones lógicas*, y no puede decirse que la refutación de éste baste para eliminar a aquélla. En efecto, el vicio del psicologismo consiste en pretender que la fundamentación de las ciencias formales a priori, como la lógica y las matemáticas, cae dentro del campo de estudio de la psicología empírica, lo que es manifiestamente absurdo (o bien negamos la aprioridad de estas ciencias, con las consecuencias que Husserl hará ver, o bien la tesis psicologista es una paradoja insostenible). Pero la posición de la *Filosofía de la Aritmética* podría sostenerse, introduciendo algunos refinamientos en la exposición, como una tesis que concierne no a hechos empíricos y contingentes, de los que estudia la psicología, sino a conexiones esenciales — universales y necesarias — propias de la « naturaleza de la mente ». Entendida así, no cabe llamarla una doctrina *psicologista* — pues el estudio de tales conexiones no se asignaría en ningún caso a la psicología — sino más bien *psiquista* o *mentalista* — en cuanto sitúa en la llamada « mente » y sus pretendidos « actos » y « procesos » el origen y fundamento de la verdad y las conexiones de sentido que la constituyen. El « mentalismo » de Husserl en esta obra, es, como insinuamos, específico: concierne a la verdad matemática; los conceptos básicos de la aritmética — conjunto, pluralidad, número — se presentan como conceptos de entidades mentales en su raíz. Aunque la lógica no se reduzca a psicología y aunque se admita que la estructura del conocimiento depende de algo más que de la estructura del alma, esta tesis mentalista seguiría afectando a la filosofía de las matemáticas. Lo notable es que en la segunda parte de la obra la cosa misma hace valer sus fueros, imponiendo pensamientos que implícitamente echan por tierra la mezquina posición adoptada en la parte primera. Pero antes de abordar su estudio, conviene que resumamos brevemente la conexión expuesta por Husserl entre las representaciones propias o efectivas de conjuntos y los conceptos de pluralidad, unidad y número.

IV.

El concepto general de pluralidad se abstrae, según Husserl, de las representaciones propias de conjuntos. La índole de los elementos de los conjuntos considerados es enteramente indiferente para este efecto y debe prescindirse de ella en la formación del concepto general. Esencial, en cambio, es tener en cuenta el modo de enlace entre esos elementos. ¿Cómo es esto posible? ¿Cómo se puede fijar la atención en el enlace y, a la vez, prescindir de la índole de los elementos enlazados? Según Husserl, la solución de este problema es fácil. « Prescindir o abstraer de algo significa meramente: no atender especialmente a ello (*darauf nicht besonders merken*). El cumplimiento del requisito de abstraer enteramente de las peculiaridades del contenido no tiene en absoluto el efecto de que desaparezcan de nuestra conciencia los contenidos y con ellos su enlace » (PA, 79). « La abstracción que ha de ejecutarse puede describirse como sigue: Contenidos particulares determinados de cualquier manera están dados en enlace colectivo; al pasar, abstrayendo, al concepto general, no atendemos a ellos como contenidos determinados de tal o cual modo; el interés principal se concentra más bien en su enlace colectivo, mientras que se los considera y se atiende a ellos sólo como a contenidos cualesquiera, a cada uno como a *algo cualquiera, uno cualquiera* (*irgend etwas, irgend eins*) » (PA, 79). Husserl recuerda en seguida haber señalado que la conjunción *y* (*und*) expresa de un modo perfectamente claro y comprensible el enlace colectivo, y concluye: « La pluralidad en general... no es más que: algo cualquiera y algo cualquiera y algo cualquiera etc.; o uno cualquiera y uno cualquiera y uno cualquiera etc.; o, más brevemente: *uno y uno y uno* etc. » (PA, 80).

Este pasaje ha sido parodiado mordazmente por Frege, a quien le parecía ridícula esta descripción del proceso de abstracción (13). Pero aunque admitiéramos que el modo como Husserl lo concibe es viable, subsistiría una grave dificultad en su presentación de la génesis del concepto general de pluralidad. En efecto, dado un conjunto concreto cualquiera, se podría a lo sumo, conforme al procedimiento de Husserl, formar la representación abstracta de *uno y uno*, o la de *uno y uno y uno*, o la de *uno y uno y uno y uno*, u otra representación de una pluralidad finita y bien determinada, pero no la representación absolutamente general de pluralidad. Para formarla no basta prescindir de la peculiaridad de los elementos del conjunto concreto tomado como base para la abstracción; es menester además trascender los límites de ese conjunto, dando el salto que expresan, en el texto de Husserl, las palabras *et cetera* (*und so weiter*). Mientras no se aclare y fundamente la posibilidad (manifiesta) de entender lo

que estas palabras significan, la explicación que Husserl ofrece del origen del concepto de pluralidad queda trunca.

Para Husserl mismo, con todo, la expresión *etc.* no connota nada tan importante. Aunque reconoce que alude a algo « esencial para el concepto en su acepción amplia » (el concepto *general* de pluralidad), le parece que se trata sólo de « una cierta indeterminación »: « No es que no tenga fin la colección de unos que nos representa el concepto de pluralidad; ni mucho menos que no tenga término la forma de pluralidad que alcanzamos, conforme al procedimiento arriba descrito, partiendo de un conjunto dado determinadamente; más bien, lo único que se quiere decir es que no se ha tomado ninguna determinación con respecto a su límite, o bien, que el límite de hecho existente debe considerarse como algo que da lo mismo » (PA, 81). En suma, según Husserl, el concepto de pluralidad se forma considerando un conjunto bien delimitado de objetos distintos, pero haciendo caso omiso de cuáles y cuántos son. Si eliminamos esta última indeterminación podemos obtener muchos conceptos diferentes: el concepto de pluralidad se descompone en una variedad de conceptos determinados, nítidamente distinguidos entre sí, *los números*, uno y uno; uno y uno y uno; uno y uno y uno y uno; etc.

Estos conceptos, dice Husserl, pueden también obtenerse directamente, reflexionando sobre conjuntos concretos, sin pasar por el concepto general de pluralidad. Los conceptos así formados son semejantes entre sí.

> « Su semejanza estriba en la igualdad de las representaciones parciales que los componen (los unos o unidades) y en la semejanza elemental de los actos psíquicos que enlazan a éstas; ella basta para delimitar a los conceptos de números como una clase bien definida de conceptos y sirve de base para una denominación general. Cumple este propósito el nombre *número* (*Anzahl*). Número es el nombre común de los conceptos dos, tres, cuatro, etc. » (PA, 82) (14).

A partir de estas conclusiones, Husserl emprende un ataque contra la concepción de los números defendida en su tiempo por Frege, popularizada más tarde por Russell. Estos autores conciben la *igualdad numérica* (o equinumerosidad) de dos conjuntos como sinónimo de la relación llamada *equivalencia*: dos conjuntos son equivalentes (y, por ende, según Frege y Russell, numéricamente iguales) si puede establecerse una correspondencia biunívoca entre sus elementos (esto es, una correspondencia que asigna, de modo exclusivo, a cada elemento de un conjunto un y sólo un elemento del otro). El número de un conjunto sería entonces simplemente la clase o concepto que reune a todos los conjuntos equivalentes con él. Para Husserl, en cambio, el número de un conjunto es una característica discernible en él sin necesidad de estudiar sus relaciones con otros conjuntos (15). Adán y Eva son dos no *porque* se puede ponerlos en correspondencia biunívoca con Cástor y Pólux, Hitler y Mussolini,

Estados Unidos y Rusia, las raíces de la ecuación $x^2=9$, y otras parejas familiares o desconocidas; antes bien, estas correspondencias pueden establecerse porque Adán y Eva son dos, como también lo son los otros conjuntos mencionados. Husserl reconoce que dos conjuntos son equinumerosos *si y sólo si* son equivalentes. Pero, según él, esto significa sólo que los conceptos de equivalencia y de igualdad numérica tienen *la misma extensión*, aunque no tienen *el mismo contenido* (PA, 115) (16).

Citaré dos pasajes más antes de concluir esta exposición de la primera parte de la *Filosofía de la Aritmética*. El primero nos da una idea de los perniciosos extremos a que puede llevar lo que hemos llamado el mentalismo. Husserl se pregunta por el origen y sentido del concepto de *algo* (*etwas*). « El concepto de algo — escribe — no puede naturalmente obtenerse por ninguna comparación de los contenidos de todos los objetos físicos y psíquicos. Tal comparación sería infructuosa. El algo justamente no es un contenido parcial abstracto. Aquello en que concuerdan todos los objetos — actuales y posibles, reales e irreales, físicos y psíquicos, etc. — es únicamente esto: que son contenidos de la representación o que son representados en nuestra conciencia por tales contenidos. *El concepto de algo debe obviamente su origen a la reflexión sobre el acto psíquico de representar*, como cuyo contenido se da justamente cada objeto determinado » (PA, 80; yo subrayo). Husserl olvida aparentemente que el acto psíquico de representar y la reflexión sobre él y la psique misma que representa y reflexiona también son algo, y lo serían aunque no pudiesen ser a su vez objetos de una representación ulterior.

El segundo pasaje que deseo citar exhibe mejor que ninguno la médula misma del mentalismo que criticamos en Husserl. « Está plenamente justificado designar a los conceptos de algo, uno, pluralidad y número, estos conceptos máximamente generales y vacíos de contenido, como conceptos de forma o *categorías*. Lo que los caracteriza como tales es la circunstancia de que no son conceptos de contenidos de un género determinado, sino que en cierto modo abarcan en sí todos los contenidos. Hay otros conceptos de relación parecidos, por ejemplo, los conceptos de diferencia e identidad. Su carácter omnicomprensivo se explica sencillamente por cuanto son conceptos de atributos que surgen en la reflexión sobre actos psíquicos que pueden ejercerse sobre todos los contenidos sin excepción » (PA, 84 s.). La segunda oración de este pasaje ofrece una caracterización perfectamente ortodoxa de las nociones trascendentales (llamadas así porque su campo de aplicación atraviesa o trasciende los límites de los *genera entis*). Pero la última es sintomática de la inspiración mentalista. Aunque no le atribuyamos a Husserl la ingenua pretensión de edificar la ontología sobre la ciencia psicológica, introspectiva o experimental, aunque la reflexión sobre los actos psíquicos, de que

aquí se habla, no esté atada a contingencias empíricas y alcance la esencia supuestamente eterna e invariable de la actividad mental, es claro que el pasaje trascrito subordina paradójicamente los conceptos con que se piensan las determinaciones más generales de todo lo que es, al modo de ser de un ente particular, la mente.

V.

Husserl estima que la definición habitual de la aritmética como « la ciencia de los números » no es suficientemente clara (PA, 256). Los números individuales, considerados por sí mismos, no dan motivo, según él, para un tratamiento científico; cuando se habla de características particulares, dignas de investigarse, de números determinados, se trata siempre de atributos que les pertenecen en virtud de sus relaciones con otros números determinados o con ciertas clases de números. « Sería mejor, según esto, la definición de la aritmética como la ciencia de las relaciones numéricas. En todo caso, su tarea esencial consiste en hallar, a partir de números dados, otros números. en virtud de ciertas relaciones conocidas que subsisten entre ellos » (PA, 256). A ojos de Husserl se justifica, pues, la estrecha conexión y casi la identificación de la aritmética con el arte de calcular. « Por cálculo (*Rechnen*) en el *sentido más amplio* cabe entender *todo procedimiento para derivar números buscados de números dados* » (PA, 256). El arte de calcular — concluye Husserl — es el arte de los conocimientos aritméticos; la aritmética misma, su totalidad sistemáticamente ordenada (PA, 257). La aritmética así concebida es una empresa ciertamente más modesta que la que buscaban fundamentar sus contemporáneos matemáticos, Frege, Dedekind, Peano. Veremos, con todo, que aun para esta aritmética limitada — suma de los métodos de cálculo numérico, mas no teoría general que los fundamenta — la base psicológica presentada hasta aquí resulta demasiado estrecha.

Dado este concepto de la aritmética y la línea de pensamiento adoptada en la primera parte del libro, es natural que Husserl inicie la segunda investigando el arte de calcular que puede fundarse en las representaciones propias de número, unidad y pluralidad, que le hemos visto esclarecer. Tal arte tendría como propósito la formación de números. Pues estos pueden formarse, según Husserl, ya sea directamente, por la vía examinada en la primera parte y que ahora llama « numeración de pluralidades » (*Zählung von Vielheiten* - PA, 182) (17), ya sea indirectamente, mediante operaciones de cálculo. Según él, las operaciones fundamentales, mediante las cuales, únicamente, podemos formar números nuevos con otros dados, son la adición y la partición (*Teilung*). La adición forma un nuevo

número « por el enlace colectivo de las unidades de dos o más números » (PA, 183). De las explicaciones que agrega, se desprende que Husserl concibe a la adición como una operación que determina, dados n números a_1, a_2, ... a_n, el número b de los elementos del conjunto formado uniendo n conjuntos que tienen respectivamente a_1, a_2, ... a_n elementos. Este concepto de adición es admisible, siempre que se especifique que los conjuntos unidos no poseen ningún elemento en común (Husserl no alude a este detalle esencial). En cuanto a la partición, ella busca el número de miembros de un conjunto obtenido partiendo otro conjunto que posea cierto número dado de elementos. Hay dos formas de partición: la sustracción y la división. La sustracción puede describirse así: dado un conjunto con m elementos, si se separa de él un subconjunto con n elementos, ¿cuál es el número de los elementos del subconjunto restante? La división así: dado un conjunto con m elementos, si se lo parte en subconjuntos iguales con n elementos cada uno, ¿cuál es el número de los miembros del conjunto de estos subconjuntos? La multiplicación, por otra parte, no es sino una forma especial de adición.

Las operaciones así caracterizadas pueden ciertamente aplicarse a pluralidades y números de los que tenemos representaciones propias. Más aún, según Husserl, son las únicas que pueden aplicárseles. En efecto, los conjuntos de unidades que son el contenido de las representaciones propias de números admiten sólo dos transformaciones básicas: la unión o combinación (*Verbindung*) de muchos en uno, y la partición de uno en muchos. En consecuencia, concluye Husserl,

« si entendemos por *operaciones* actividades efectivas con los números mismos (*wirkliche Betätigungen mit und an den Zahlen selbst*), entonces no hay otras operaciones que la combinación y la partición. Sin embargo » — prosigue — « lo que la aritmética llama operaciones no corresponde en absoluto a este concepto; son simbolizaciones indirectas de números, que los caracterizan meramente por sus relaciones, en vez de construirlos operativamente. Si en la aritmética se tratase de los números efectivamente existentes (*die wirklichen Zahlen*), la evaluación de estas simbolizaciones requeriría siempre apelar a las actividades efectivas en que se fundan, o sea, a la ejecución de adiciones y particiones efectivas. De ello no se descubre en la aritmética ni el menor rastro » (PA, 190).

La razón es obvia: si la aritmética se ocupase sólo con números de los que podemos formar una representación propia, no llegaría muy lejos.

« Sólo bajo circunstancias especialmente favorables podemos tener una representación propia de pluralidades concretas de alrededor de una docena de elementos, esto es, captar de hecho... a cada uno de sus miembros, como algo notado por sí mismo, junto con todos los otros, en un solo acto » (PA, 192).

La aritmética, según la conocemos, tiene que prescindir, pues, de nuestras representaciones propias, y ocuparse con números representados simbólicamente.

Ya hemos explicado en general el distingo entre representación propia y representación simbólica. Vimos también que Husserl ha

escrito que podemos tener una representación simbólica de un objeto aunque no podamos formar la correspondiente representación propia. Observamos entonces, sin embargo, que malamente tendría sentido una tal representación simbólica, si el objeto a que se refiere se *constituye* en virtud de los actos psíquicos que forman la representación propia del mismo. Pero, según la doctrina elaborada por Husserl en la primera parte, esos objetos que llamamos *conjuntos* — y, con ellos, esos otros que llamamos *números* — se encuentran precisamente en este caso. La peculiar relación de *enlace colectivo*, constitutiva del conjunto, « subsiste únicamente en ciertos actos psíquicos que abarcan los contenidos [enlazados], unificándolos » (PA, 73; citado arriba). ¿Cómo puede hablarse, entonces, de conjuntos y números psíquicamente inaccesibles, pero representables simbólicamente? Si tomamos al pie de la letra la enseñanza de Husserl, tendremos que concluir que un conjunto — y su respectivo número — es intrínsecamente imposible, si su representación propia es imposible.

Referiremos enseguida las consideraciones psicológicas con que Husserl busca explicar y justificar la formación de representaciones simbólicas de números de los que no tenemos una representación propia. Me parece claro que tal doctrina no puede desarrollarse sin un desplazamiento tácito pero decisivo de los conceptos de conjunto, pluralidad y número fundamentados en la primera parte. Señalaré los pasajes indicativos de tal desplazamiento y, a la luz de ellos, intentaré precisar su sentido. Como Husserl no parece darse cuenta de que este desplazamiento ha ocurrido, cabe conjeturar que él mismo nunca entendió ni sostuvo literalmente las tesis mentalistas que lo hemos visto exponer.

VI.

« Entramos en una sala llena de gente; basta una mirada y juzgamos: un conjunto de personas. Miramos arriba al firmamento, y con una mirada juzgamos: muchas estrellas. Lo mismo vale para conjuntos de objetos enteramente desconocidos. ¿Cómo son posibles tales juicios? Para la representación efectiva de un conjunto necesitamos, según los análisis anteriores, un acto psíquico que represente a cada miembro individual del conjunto por sí mismo y reunido con todos los otros; o sea, tantos actos psíquicos como contenidos hay, unificados por un acto psíquico de segundo orden. Y sólo con respecto a esta forma de combinación psíquica de contenidos captados individualmente, obtienen su significado los nombres *conjunto, pluralidad,* etc. ¿Habremos acaso ejercido efectivamente, en un solo golpe de vista, toda esta complicada actividad psíquica y además reflexionado especialmente sobre ella? Pues en los ejemplos citados no ocurre sólo una captación del conjunto, sino también una subsunción bajo el concepto de conjunto » (PA, 196).

Husserl rechaza la fácil solución consistente en suponer que la actividad psíquica requerida ocurre de un modo ultrarrápido o inconsciente. Si esa actividad ocurriera, tendríamos una representación

propia de conjuntos como los mencionados, o de otros análogos, como una biblioteca, o un montón de trigo. Pero la representación que tenemos de ellos es, según Husserl, solamente *simbólica*: las actividades psíquicas requeridas se efectúan sólo sobre unos pocos miembros del conjunto percibido: dos o tres personas cerca de la puerta, cuatro o cinco estrellas con que topa la mirada.

« En vez de llevar a cabo el proceso entero de colección, nos contentamos con un mero rudimento » (PA, 197),

que sirve entonces como *signo* del proceso completo (PA, 213).

« ¿Cómo es ello posible? ¿Cómo sabemos que puede darse todavía siquiera un paso más para proseguir el proceso de colección, que fuera de lo que se ha recolectado de hecho queda aún algo más que recolectar? » (PA, 197).

La solución que Husserl ofrece depende de una observación psicológica. Todo conjunto perceptible sensorialmente, del que pueda formarme una representación propia, exhibe, según él, ciertos caracteres intuibles a primera vista, independientemente de que se lo perciba y reconozca como conjunto. En cambio, los objetos que aprehendemos y reconocemos como entes singulares, que no son conjuntos, no presentan tales caracteres. Estos caracteres, que Husserl llama *momentos figurativos* (*figurale Momente*), dependen de las relaciones mutuas entre los elementos integrantes del conjunto. Una buena ilustración de lo que Husserl quiere decir ofrecen, me parece, las fichas del dominó: no es necesario captar distintamente cada uno de los puntos marcados en la cara de estas fichas para ver que son muchos, e incluso para saber cuántos son: la manera familiar como los puntos están dispuestos permite reconocer cada ficha al primer golpe de vista. Los momentos figurales son, dice Husserl, aspectos inmediatamente intuibles del objeto percibido, comparables en esto a las cualidades sensibles, « momentos cuasicualitativos » (PA, 203). Se los observa no sólo en objetos visibles, sino también audibles, tangibles, etc., y también en las correspondientes representaciones de la fantasía. También un conjunto de actos psíquicos puede exhibir, según Husserl, momentos figurales, consistentes en « la sucesión temporal y, en general, la configuración temporal » (PA, 209).

Ahora bien, estas « cuasicualidades » se perciben no solamente en objetos cuya articulación interna como conjuntos de elementos distintos podemos luego captar, sino también en objetos que nos es imposible aprehender como conjuntos en un acto único de representación propia. Su presencia en estos casos es suficiente, según Husserl, para que reconozcamos a estos objetos como *conjuntos*, nos preguntemos por el *número* de sus elementos y establezcamos una representación *simbólica* de tales conjuntos y de sus números. Esta es una conclusión a la que creo que sólo puede llegarse si, entre tanto, se ha abandonado o modificado el concepto de conjunto

que se fundamentó en la primera parte del libro. Pues si, como allí se dijo, un conjunto sólo *surge* en cuanto una percatación unitaria destaca y abarca contenidos diferentes, cuando esta percatación es imposible el conjunto no surge y, por consiguiente, *no hay tal conjunto*, aunque haya un objeto sensible que exhibe momentos figurales análogos a los observables en otros objetos que sí son conjuntos. La observación de los momentos figurales puede hacer comprensible que reconozcamos, en un caso particular, un conjunto como tal; pero no basta para legitimar la ampliación del concepto de conjunto hasta abarcar objetos cuya unidad articulada no se funda en la actividad psíquica constitutiva de la relación de « enlace colectivo ».

¿En qué consiste precisamente el desplazamiento conceptual que tenemos que dar por supuesto para que sea lícito hablar de conjuntos, pluralidades y números de los que no cabe tener una representación propia? Creo que la clave para entenderlo está en aquellos pasajes en que Husserl habla de una « idealización de nuestra capacidad representativa », mediante la cual ampliamos indefinidamente el dominio de los números (18). Husserl recurre a esta noción para justificar que hablemos de números que ningún objeto perceptible sensorialmente puede materializar (ni siquiera uno de esos que reconocemos como conjuntos, según él, en virtud de sus « momentos figurales », aunque no podamos tener una representación propia de ellos como tales); pero estimo que una vez que se dispone de ella, bien puede servir para fundamentar también la ampliación de los conceptos de número y de conjunto más allá del límite de las posibilidades de una representación propia.

¿Cómo procede la idealización a que recurre Husserl? Creo que la descripción siguiente es fiel a su pensamiento. Supongamos que tengo una representación propia de un conjunto de cosas y un concepto del número de elementos que ese conjunto posee. Percibo una cosa que no pertenece a ese conjunto, una cosa distinta de cada uno de sus elementos. Si el conjunto inicial es pequeño, puedo, agregándole esa cosa, formar un conjunto nuevo, cuyo número es diferente del número del primero. Pero si éste ya posee diez o doce elementos, podré siempre representarme un nuevo objeto formado añadiéndole esa cosa, pero tal vez me sea imposible tener una representación propia de este objeto como conjunto. Sin embargo, quizás otras personas puedan tenerla; quizás yo mismo lo logre, si me ejercito debidamente. Entre tanto puedo concebirlo como una posibilidad, fijándomelo como meta de mis empeños. Un objeto formado agregando una cosa nueva a un conjunto de diez o doce elementos tal vez no sea un conjunto efectivo, pero es sin duda un conjunto posible, ya que nada se opone al desarrollo de las aptitudes para llevar a cabo los actos mentales requeridos según Husserl para que

ese objeto efectivamente se organice como conjunto. Pero si ese objeto es un conjunto posible, digamos, un conjunto virtual, también lo es el objeto formado agregándole a ése otra cosa más. Y también, por cierto, el que se obtiene añadiendo todavía otra cosa a este último. Y así sucesivamente. Una vez que nos lanzamos por esta vía de la construcción de conjuntos virtuales, nada más puede detenernos. Aunque sea inverosímil suponer que ningún género de ejercicios pueda ampliar la capacidad representativa humana más allá de ciertos límites, es dable siempre concebir una capacidad sobrehumana que no esté ceñida por ellos y pueda tener una representación propia de lo que nosotros podemos a lo sumo representarnos simbólicamente. Podría objetarse quizás que alguno de los conjuntos virtuales así formados pudiera incluir a todas las cosas del universo, de modo que con él se detenga la construcción de nuevos conjuntos, por no haber fuera de él ninguna cosa distinta para agregarle. Una objeción así no inhibe a un Husserl.

« Si no tenemos nada más a nuestra disposición » — escribe — « podemos siempre concebir a los propios miembros del conjunto reiterados (*gespiegelt*) en repetición incesante, y así formar el concepto de la expansión progresiva del conjunto mediante los miembros de sus reiteraciones » (PA, 223).

Si los conjuntos virtuales de nuestra serie se actualizaran, cada uno tendría un número diferente (19). Cada uno se distingue, entonces, de los demás, por el número que correspondería a su actualización. Es perfectamente legítimo hablar, pues, de los números de los conjuntos virtuales, representarlos simbólicamente y desarrollar un arte aritmético para el estudio de sus relaciones (20). El distingo entre los números de los que podemos y no podemos tener una representación propia es enteramente indiferente desde este punto de vista. Asimismo, la teoría de la percepción de « momentos figurales », cualquiera que sea su importancia para una psicología de la percepción de grupos, no desempeña ningún papel en una fundamentación filosófica de la aritmética. En rigor, por lo que se ha visto, esta fundamentación puede prescindir también del distingo entre conjuntos actuales y virtuales. Tal vez por eso mismo Husserl nunca lo formula, sino que tácitamente desplaza su inicial concepto psicológico de lo que estamos llamando conjunto actual, para convertirlo en el concepto ontológico de lo que aquí hemos llamado un conjunto virtual. Me parece que este desplazamiento queda consagrado cuando Husserl distingue entre el contenido (*Gehalt*) lógico y psicológico de una representación (PA, 217) y agrega que la representación simbólica no altera el contenido lógico del concepto de pluralidad.

« Pluralidad sigue siendo el concepto de una totalidad (*Gesamtheit*), una determinada colección de contenidos separados; sólo que en los casos ahora considerados la separación de contenidos y su colección, en vez de alcanzar una

realización efectiva, permanecen enteramente o en su mayor parte en el estado de mera intención (*Intentio*) » (PA, 218) (21).

La verdad es que la llamada idealización de las facultades mentales supone una referencia a un dominio ideal de objetividad, correlativo de la actividad mental idealizada, pero, por lo mismo, trascendente respecto de la mente real. Si esta referencia es posible, cabe basar en ella todas las consideraciones filosóficas para edificar las cuales se recurría a la idealización de la actividad mental; ésta, por lo tanto, sobra.

VII.

Parece inevitable concluir que el Husserl de la segunda parte de la *Filosofía de la Aritmética* ya ha trascendido al mentalismo propio de la primera, aunque todavía no dispone de una concepción filosófica básica que lo reemplace y sigue afectando desfavorablemente muchas de sus expresiones (¿no cabría decir esto también de casi toda su obra posterior?). Si he interpretado correctamente el sentido y los supuestos de la «idealización» a que Husserl recurre para justificar la ampliación del dominio de los números, su pensamiento se movía ya hacia el realismo platonizante expuesto más tarde, por ejemplo, en el capítulo XI de los « Prolegómenos a la lógica pura » (22). Veo un claro testimonio de ello en ese pasaje donde Husserl dice que nuestro sistema numérico es un perfecto reflejo del *reino de los números en sí* (23); aunque también aquí aflora su prejuicio primitivo cuando califica a los números en sí, efectivamente existentes, como « en general, inaccesibles para nosotros » (24). ¡Cómo si las representaciones simbólicas no se refiriesen precisamente a los « números en sí », permitiendo determinar con toda exactitud cuáles son y cómo se relacionan! Si he vendido 10.000.000 de manzanas y cosecho sólo 8.500.000, quedo debiendo 1.500.000. Aunque no pueda representarme de un modo « propio » el « conjunto » de las manzanas que tengo ni el de las que me faltan, tengo una representación simbólica pero perfectamente exacta de su número, y no sabría figurarme cómo pudiera conocerlo mejor o tener un acceso más completo a él.

El tratamiento de la idea de conjunto infinito (al final del capítulo XI) ilustra bien cómo Husserl ha dejado atrás el mentalismo sin lograr enteramente zafarse de él.

« Hablamos de conjuntos y pluralidades » — dice — « también en casos en que el concepto de su formación en sentido propio o de su simbolización por extracción sucesiva de los individuos que comprenden envuelve una imposibilidad lógica. Hablamos de *conjuntos infinitos*... La idea de que alguna ampliación concebible de nuestra facultad de conocer pudiera capacitarla para una representación efectiva de tales conjuntos o siquiera para su captación por extracción

sucesiva de sus elementos, es impensable. Aquí hasta nuestra aptitud de idealización halla un límite » (PA, 219).

Husserl admite que el concepto que designa la expresión *conjunto infinito* es legítimo y tiene un sentido, pero procura fijar éste con precisión. En todo caso, hay que tener claro que se trata de un concepto nuevo, diferente del concepto de conjunto « en el verdadero sentido de la palabra » — esto es, del concepto que habíamos considerado hasta aquí — « aunque lo incluye como un ingrediente esencial » (PA, 221). La característica determinante de aquello que llamamos « conjunto infinito » es « la representación simbólica de un proceso de formación de conceptos que puede proseguirse ilimitadamente » (PA, 219). Esta representación envuelve un claro principio,

« conforme al cual podemos transformar a cada concepto ya formado de cierto género dado... en uno nuevo, nítidamente diferenciado del anterior, y también a éste, etc., de modo que sea seguro a priori que nunca se retornará al concepto inicial ni a los conceptos ya generados » (PA, 219).

Esta representación es « lógicamente impecable » (PA, 221). Inadmisible, en cambio, es atribuirle al concepto de conjunto infinito « la absurda intención dirigida a la formación del conjunto actual (*die absurde Intention auf die Bildung der wirklichen Menge*) » (PA, 221). Como vemos, Husserl admite una noción de infinito que rebasa todas las representaciones aceptables para una psicología empírica, pero que sigue atada a las posibilidades de una actividad mental idealizada. Husserl, como Aristóteles y Kant, rechaza aquí la idea de un infinito actual. Y sin embargo, cuando, muchas páginas más adelante, aborda directamente la fundamentación de las operaciones aritméticas de cálculo sobre la base de las nociones que ha expuesto, Husserl no vacila en escribir:

« Tenemos que considerar como dado al sistema numérico *en su totalidad* (*das gesamte Zahlensystem*), o, más exactamente, concebimos el originario dominio del número como desarrollado en una de las formas sistemáticas [v. gr., la habitual decádica] hasta el punto de que todas las enumeraciones que de algún modo puedan requerirse se puedan tratar como efectivamente realizables y, en virtud de esto, como algo dado ya » (PA, 263).

Ahora bien, si el sistema numérico ha de considerarse como algo *dado en su totalidad*, no veo qué impide que se considere de la misma manera a todos los subconjuntos que es dable formar con sus elementos y también — ¿por qué no? — a la totalidad de esos subconjuntos. Me parece que este resultado — cuyas enormes implicaciones son bien conocidas — sólo puede ser resistido desde la convicción previa de que todo lo existente, acerca de lo cual se puede hablar y discurrir, está contenido dentro de los límites de la capacidad imaginativa u operativa del hombre. Dicha convicción antropomorfista es quizás, de suyo, muy digna de respeto; pero obviamente ya se la ha echado a un lado cuando se considera a

« todas las enumeraciones que de algún modo puedan requerirse » para el cálculo aritmético « como efectivamente realizables » y « como algo dado ya ».

VIII.

Terminaré refiriéndome brevemente a dos ideas que Husserl estudia en los últimos dos capítulos del libro y a la que da gran importancia: la noción de sistema numérico y la nueva noción de cálculo.

Ampliado el dominio de los números como hemos visto, se requiere un procedimiento para representarlos simbólicamente. Parece natural valerse de una representación que caracterice a cada número como la suma de otros números menores, caracterizables a su vez de un modo análogo, hasta llegar a los números más pequeños, de los que cabe formar una representación propia. Pero este procedimiento admite muchas representaciones para cada número y no ofrece un criterio simple para comparar distintos números comparando sus respectivas representaciones. Tampoco es una solución representar a todos los números como sumas de unos, aunque este procedimiento reflejaría la idea en que se basó la ampliación del dominio numérico; esta forma de representación simbólica se parece demasiado a la representacin propia, y tropieza con las mismas limitaciones. Resta la posibilidad de adoptar un *sistema numérico*. Se fija un número x como base y se representa a cada número n como suma de potencias de x:

$$n = a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + ... + a_kx^k$$

El número x debe ser abarcable, aunque la representación será más simple si x no es demasiado pequeño (en el sistema familiar $x = 10$); los coeficientes a_j de cada potencia de x son siempre menores que x; como el exponente máximo k es en todo caso menor que n, el procedimiento puede utilizarse para simbolizar a todos los números, sucesivamente. Cada número recibe una representación única y exclusiva. Además el sistema numérico permite desarrollar procedimientos de cálculo para determinar, dados los signos de dos números del sistema, el signo que representa a su suma, diferencia, producto o cociente, etc., sin tener que pensar ni por un instante en los *conceptos numéricos* que esos signos representan. A diferencia de los signos lingüísticos, los signos numéricos no son « meros acompañantes de los conceptos » (PA, 241). Antes bien,

> « participan de un modo mucho más destacado en nuestras formaciones simbólicas, ... tanto, que finalmente casi dominan todo este campo » (PA, 241).

Las ideas expuestas permiten a Husserl determinar mejor la naturaleza de las operaciones aritméticas de cálculo, las cuales, según vimos, no podían identificarse sin más con aquellas operaciones de

adición y partición aplicables a los conjuntos de que hay una representación propia (25). Si m y n son signos que representan a dos números, el signo $m + n$ representa a un tercero, pero en general esta representación no pertenece al sistema numérico y ha de considerarse como una representación anómala. El procedimiento de cálculo o algoritmo de la suma viene a ser simplemente un método para *reducir* tales representaciones anómalas a las correspondientes representaciones normales, las representaciones pertenecientes al sistema. Otro tanto puede decirse de las demás operaciones aritméticas.

En este contexto Husserl introduce una nueva noción de cálculo, por un lado más estrecha pero por otro más amplia que la que le habíamos visto manejar hasta aquí. El cálculo (*das Rechnen*) puede concebirse, dice, como

> « toda forma regulada de derivación de unos signos de otros signos, dentro de un sistema algorítmico de signos, conforme a sus peculiares ' leyes ' — o, mejor dicho, convenciones — de enlace, separación y trasposición » (PA, 258).

Esta nueva determinación del concepto de cálculo tiene, entre otras ventajas, según Husserl, la de que permite separar nítidamente los distintos pasos que demanda la solución de un problema en campos como el aquí estudiado.

> « Toda solución se descompone patentemente en una parte calculatoria y dos partes conceptuales: *Conversión de los pensamientos iniciales a signos — cálculo — conversión de los signos resultantes a pensamientos* » (PA, 258).

Husserl no elabora más esta noción de cálculo, y no me parece que haga falta comentarla. He creido oportuno, sí, señalar su presencia en este lugar, en vista de la importancia que cobrará luego en la filosofía de la ciencia del siglo XX.

Universidad de Porto Rico

---

(1) Edmund Husserl, *Philosophie der Arithmetik mit ergänzenden Texten (1890-1901)*, herausgegeben von Lothar Eley (*Husserliana*, Band XII), Den Haag, Martinus Nijhoff, 1970, pág. 382. En adelante designaré este volumen PA. Usaré además las siguientes abreviaturas: LU = Edmund Husserl, *Logische Untersuchungen*, Tübingen, Niemeyer, 1968. KS = Gottlob Frege, *Kleine Schriften*, herausgegeben von Ignacio Angelelli, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1967.

(2) *Philosophie der Arithmetik. Logische und psychologische Untersuchungen*. Erster Band. Halle a.S., C. E. M. Pfeffer (Robert Stricker), 1891. Ahora en PA, 1-283.

(3) *Über den Begriff der Zahl. Psychologische Analysen*. Halle a.S., Heynemann'sche Buchdruckerei (F. Beyer), 1887. Ahora en PA, 289-338.

(4) Gottlob Frege, *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Breslau 1884; Richard Dedekind, *Was sind und sollen die Zahlen*, Braunschweig 1888; Hermann von Helmholtz, « Zählen und Messen erkenntnistheoretisch betrachtet », en *Philosophische Auf-*

sätze. Eduard Zeller zu seinem fünfzigjährigen Doctor-Jubiläum gewidmet, Leipzig 1887, págs. 15-52; Leopold Kronecker, « Über den Zahlbegriff », *Ibid.*, págs. 261-274. Según la bibliografía dada en PA, 578-583, todas estas obras, que Husserl menciona una o más veces en el libro, se encontraban en su biblioteca privada.

(5) Giuseppe Peano, *Arithmetices principia, nova methodo exposita*, Torino 1889.

(6) Hubo reseñas favorables de Franz Hildebrand, en *Göttingische gelehrte Anzeigen*, *17* (1893), 175-180; de A. Elsas, en *Philosophische Monatshefte*, *30* (1894), 437-440; y de W. Heinrich, en *Vierteljahrschrift für wissenschaftliche Philosophie*, *19* (1895), 436-439. Tomo estas referencias de Dagfinn Føllesdal, *Husserl und Frege. Ein Beitrag zur Beleuchtung der Entstehung der phänomenologischen Philosophie. Avhandlinger utgitt av Det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo. II Hist.-Filos. Klasse. 1958. No. 2.* Oslo 1958, pág. 9.

(7) En *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, N. F., *103* (1894), 313-332. Ahora en KS, 179-192.

(8) En la obra citada en la nota 6, Føllesdal sostiene que el vuelco en el desarrollo filosófico de Husserl entre 1891 y 1900 ha dependido significativamente de la lectura de los escritos de Frege, en especial de la reseña citada.

(9) En la *Filosofía de la Aritmética* Husserl emplea las palabras *Menge* e *Inbegriff* para designar lo que los matemáticos de habla alemana llaman corrientemente *Menge* y los de habla española, *conjunto*. Según Lothar Eley, el editor de PA, Husserl habla de *Inbegriff* cuando quiere subrayar la función de la subjetividad en la constitución del conjunto (« Bemerkenswert ist nämlich, dass Husserl dort, wo er die konstitutive Funktion der Subjektivität für die Menge hervorhebt, vom *Inbegriff* spricht » — PA, xxi). De hecho, esta expresión prevalece en la primera parte de la obra; mientras que en la segunda — desde PA, 195 — Husserl, sin explicación previa, procede a usar el término *Menge*.

(10) En 1895 Cantor publicará sus conocidas definiciones: « Entendemos por ' conjunto ' (*Menge*) toda colección *M* de determinados objetos *m*, bien discernidos, de nuestra intuición o nuestro pensamiento... Llamamos *potencia* (*Mächtigkeit*) o *número cardinal* de *M* el concepto general que, con ayuda de nuestra activa facultad de pensar, resulta del conjunto *M* cuando se hace abstracción de la naturaleza de sus diversos elementos *m* y del orden en que están dados ». (« Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre », *Mathematische Annalen*, *46* (1895), 481). Las ideas que este texto expresa aparecían expuestas ya en su obra *Grundlagen einer allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre*, Leipzig 1883, de la que Husserl poseía un ejemplar.

(11) « Abstract number — había escrito Jevons — is the empty form of difference » (W. S. Jevons, *The principles of science*, London 1883, pág. 158; citado por Husserl, PA, 51).

(12) Texto subrayado por Husserl; un texto idéntico figuraba, subrayado también, en el escrito de habilitación de 1887 (ahora en PA, 333).

(13) Frege escribe: « Como todo es representación, podemos fácilmente modificar los objetos, aplicando o desviando la atención. Esto último es especialmente eficaz. Atendemos menos (*wir merken weniger*) a una propiedad, y desaparece. Haciendo desaparecer así una característica tras otra obtenemos conceptos cada vez más abstractos... La inatención es una fuerza lógica sumamente eficaz; de ahí, tal vez, la distracción de los sabios. Supongamos, por ejemplo, que hay sentados ante nosotros un gato negro y otro blanco. No atendemos a su color; se vuelven incoloros, pero permanecen sentados uno junto al otro. No atendemos a su postura; ya no están sentados, aunque no han adoptado otra postura diferente; pero cada uno está todavía en su sitio. No atendemos más al lugar; ya no tienen posición en el espacio, pero siguen estando separados. Así quizás hemos obtenido de cada uno un concepto general de gato. Con la aplicación continuada de este procedimiento, cada objeto se transforma en un fantasma cada vez más exangüe. Obtenemos así finalmente de cada objeto un algo, enteramente

liberado de contenido; pero el algo que se obtiene de un objeto se distingue sin embargo del que se obtiene de otro, aunque no es fácil decir en qué » (KS, 181).

(14) Husserl se pregunta « ¿Cómo se relacionan mutuamente los conceptos de *número* y *pluralidad?* ». Responde que la diferencia entre ellos consiste únicamente en que el concepto de número presupone un distingo entre las formas abstractas de pluralidad; no así el otro concepto. *Número* (*Anzahl*) es el concepto genérico que resulta de la comparación de los conceptos específicos de las formas de pluralidad determinadas, distintas entre sí, o *números* (*Zahlen*). El concepto de pluralidad, en cambio, resulta directamente de la comparación de conjuntos concretos (PA, 83).

(15) Según la teoría clásica de la abstracción, en la que Husserl generalmente se inspira (por ejemplo, en el pasaje resumido en la nota 14), una característica sólo puede discernirse en un objeto *comparándolo* con otros y reflexionando sobre lo que tienen y no tienen de común. Si Husserl se mantuviera fiel a esta doctrina, tendría que admitir que las características de un conjunto sólo pueden determinarse considerando sus relaciones con otros conjuntos. Admitido esto, no sería tan absurdo sostener que la relación considerada cuando se atribuye un número a un conjunto es específicamente la relación de equivalencia.

(16) Frege comenta: « La objeción de que no se ha definido el concepto, sino su extensión, alcanza en rigor a todas las definiciones de la matemática. Para el matemático la definición de una cónica como intersección de un plano y la superficie de un cono no es más correcta ni más falsa que su definición como curva plana cuya ecuación en coordenadas rectangulares es de segundo grado. Cuál de estas definiciones adopte... depende de consideraciones de oportunidad, aunque estas expresiones no tienen el mismo sentido ni evocan las mismas representaciones. No quiero decir con esto que el concepto y la extensión del concepto son la misma cosa; sino que la coincidencia de las extensiones es criterio necesario y suficiente para concluir que entre dos conceptos subsiste la relación que corresponde a la igualdad entre objetos. Advierto de paso que empleo la palabra ' igual ' (' *gleich* ') sin calificativos, en el sentido de ' no diferente ', ' coincidente ', ' idéntico ' » (KS, 183 s.).

(17) Naturalmente, este procedimiento no puede identificarse con lo que llamamos *enumeración* (en alemán *Aufzählung* o, también, *Zählung*), y que consiste en determinar el número de elementos de un conjunto, pareándolos con un segmento inicial de la serie de los números. En el punto de la investigación en que nos hallamos, aún no se dispone de esa serie, para establecer el pareo.

(18) PA, 223 (línea 9), 234 (12), 240 (33); cf. 219 (7).

(19) « El proceso de agregar una unidad a un número cualquiera dado es una operación cuyo concepto garantiza a priori que ella llevará a un número determinado y nuevo » (PA, 220).

(20) « En sentido simbólico podemos decir de un conjunto cualquiera que le corresponde un número determinado, aún antes de que hayamos formado a éste; incluso cuando no estamos en condiciones de formarlo efectivamente... Tenemos derecho a juzgar que el dominio del número comprende dentro de sí una *variedad ilimitada de especies*. En efecto, si partimos de cualquier representación simbólica de conjuntos, poseemos (al menos idealmente) la capacidad de ampliarla de modo ilimitado, agregándole consecutivamente nuevos y nuevos miembros. Si no tenemos nada más a nuestra disposición, podemos siempre concebir a los propios miembros del conjunto reiterados en repetición continua, y así formar el concepto de la expansión progresiva del conjunto mediante los miembros de sus reiteraciones. Esta formación conceptual encierra por cierto una fuerte idealización de nuestra capacidad representativa. De hecho no podemos formar y ordenar en serie hasta el infinito las repeticiones requeridas: faltan el tiempo y las fuerzas para la actividad espiritual siempre renovada, así como signos característicos distintivos de sus formaciones. Pero podemos, idealizando, prescindir de estas limitaciones de nuestra capacidad y concebir tales conceptos,

simbólicos también en este respecto. Si el conjunto dado es ampliado simbólicamente por tales medios, entonces pertenece, también en representación simbólica, a cada etapa un número determinado, a cada nueva etapa un número nuevo... La variedad de las especificaciones pensables del número es pues infinita, como la variedad de las etapas pensables de la serie de los conjuntos » (PA, 223).

(21) Véase asimismo la definición de conjunto en el texto de 1891 que el editor Eley titula « Zur Lehre vom Inbegriff » (PA, 385).

(22) « Die Idee der reinen Logik », LU, I, 227 sqq.

(23) « Ein Zahlensystem, wie es z.B. unser dekadisches ist, kann demnach als die vollkommenste Gegenspiegelung des Reiches der Zahlen an sich, d.i. der uns im allgemeinen unzugänglichen wirklichen Zahlen, angesehen werden » (PA, 260). Este pasaje llamó ya la atención a Frege, quien pregunta: « ¿Qué son estos números « en sí », estos números efectivamente existentes, sino números objectivos, enteramente independientes de nuestro pensar, que existen *(die vorhanden sind)* aunque no nos sean accesibles? » (KS, 191 sq.). Y prosigue: « Pero si mi representación del número no es el número mismo, se ha arrancado el suelo bajo los pies al enfoque psicológico adoptado para investigar la esencia del número » (KS, 192).

(24) Sobre esta « inaccesibilidad » véase también PA, 223 (línea 35), 261 (24), 263 (9); ideas afines se expresan en PA, 237 (línea 21), 242 (23), 262 (22).

(25) Sobre la relación entre los dos géneros de operación considerados, Husserl escribe: « Manifiestamente subsiste aún entre los dos conceptos de operación una conexión fácilmente reconocible. Como los conceptos propios de los números no nos son accesibles, y por cierto no podemos clasificarlos, adicionarlos ni partirlos, operamos en su lugar con conceptos simbólicos sustitutivos nítidamente determinados, que clasificamos sobre la base de una serie de conceptos normales y que adicionamos o partimos buscando en esa serie los conceptos que justamente corresponden a los conceptos de la combinación o partición. Y exactamente como el número simbólico individual representa un determinado número propio, así también cada combinación operacional simbólica representa una operación propia determinada (aunque imposible de ejecutar realmente) » (PA, 263).
